Paris, le 21 juillet, 1817.

Monsieur,

J'ai reçu la lettre que vous m'avez fait l'honneur de m'écrire, et j'ai lu avec intérêt les observations qu'elle renferme relativement aux intégrales définies. Voici, puisque vous désirez la connoître, mon opinion sur ces questions.

Lorsqu'on prend l'intégrale $\int X dx$ depuis $x=0$ jusqu'à $x=\frac{1}{0}$, il faut que X décroisse à mesure que x augmente, et soit nulle quand $x=\frac{1}{0}$, sans quoi la série des élémens de l'intégrale ~~en~~ formeroit ~~que~~ une suite ~~non~~ divergente, et l'intégrale n'auroit aucun sens raisonnable; il faut aussi que X ne soit pas infinie à la 1re limite $x=0$; ainsi le produit Xx sera toujours nul aux deux limites; ce qui fait disparoître d'abord votre 1re difficulté. Il est bien vrai que quelquefois la fonction X, au lieu d'être continuellement décroissante, peut être une fonction

périodique, comme cela arrive dans les intégrales

$$\int \cos ax\,dx, \quad \int \sin ax\,dx; \qquad (1)$$

mais ces sortes d'expressions doivent être considérées comme les limites de celles-ci :

$$\int e^{-bx}\cos ax\,dx, \quad \int e^{-bx}\sin ax\,dx, \qquad (2)$$

par rapport à b ; c'est que d'autre manière que les intégrales (1) peuvent se rencontrer dans le calcul, et si l'on n'y rétablissoit pas implicitement l'exponentielle e^{-bx}, on ne pourroit leur assigner ni une valeur, ni un sens précis. Quel que soit l'exposant b, pourvu qu'il soit positif, l'intégration directe depuis $x=0$ jusqu'à $x=\frac{1}{0}$, donne

$$\int e^{-bx}\cos ax\,dx = \frac{b}{a^2+b^2}, \quad \int e^{-bx}\sin ax\,dx = \frac{a}{a^2+b^2}.$$

Or, les limites de ces expressions par rapport à b, sont

$$\int \cos ax\,dx = 0, \quad \int \sin ax\,dx = \frac{1}{a};$$

tant qu'on n'a pas $a=0$; mais quand on a $a=0$, ces mêmes expressions se réduisent à

$$\int e^{-bx}\cos ax\,dx = \frac{1}{b}, \quad \int e^{-bx}\sin ax\,dx = 0;$$

ouvrage, dont la seconde édition paroitra aussi avant la fin du mois.‡ J'espère que mon mémoire sera imprimé dans le volume de l'institut pour l'année 1818, et que j'en aurai quelques exemplaires dans cinq ou six mois. Comme vous vous êtes occupé des diff.elles partielles et des intégrales définies, mon mémoire pourra vous intéresser, et j'aurai l'honneur de vous l'envoyer. En attendant voici le résultat dont je vous parlois. L'équ.on étant

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = a^2\left(\frac{d^2\varphi}{dx^2} + \frac{d^2\varphi}{dy^2} + \frac{d^2\varphi}{dz^2}\right),$$

son intégrale complète est

$$\varphi = \iint f(x+at\cos u,\ y+at\sin u\sin v,\ z+at\sin u\cos v)\, t\sin u\, du\, dv$$
$$+ \frac{d}{dt}\iint F(x+at\cos u,\ y+at\sin u\sin v,\ z+at\sin u\cos v)\, t\sin u\, du\, dv,$$

f et F indiquent les deux fonct. arbitraires ; les intégrales doivent être prises depuis $u=0$ jusqu'à $u=\pi$, et depuis $v=0$ jusqu'à $v=2\pi$.

J'ai l'honneur d'être, avec les sentimens de la considération la plus distinguée

Monsieur,

Votre obéissant serviteur

Poisson.

‡ elle paroit cette semaine.

P.S. Puisque vous me dites d'adresser cette réponse à M. le Comte de Fossombroni, je pense que vous avez quelquefois l'occasion de le voir, et alors je vous prie de vouloir bien me rappeler à son bon souvenir.

de M. Poisson
de l'Institut de France

A Monsieur
Monsieur J. Frullani, professeur de mathématiques transcendantes à l'université de Pise,
à Florence.

AS

9

Je prie Monsieur Cardot de vouloir bien remettre à M. Binet son mémoire, auquel il doit joindre des changemens.

Poisson

67

Poisson

DSI

AUTOGRAPHE

de

Poisson

Denis Siméon

OBSERVATIONS

L. a. s. 3¼ p. 4° Paris 21.7.1819
gerichtet an den ital. Mathematiker
Giuliano Frulani. Wichtiger wissen-
schaftlicher Brief über seine bestimm-
ten Integrale, deren Erklärung
er unter Anführung zahlreicher
Formeln gibt.

/ **Poisson** (spr. püassóng), Siméon Denis, Mathematiker, Physiker, Astronom, geb. 21. Juni 1781 in Pithiviers, gest. 25. April 1840 in Paris, war 1802—1815 Professor und 1815—40 Examinator an der Polytechnischen Schule in Paris, auch Professor der Mechanik an der Fakultät der Wissenschaften, Mitglied des Längenbureaus und seit 1820 des Konseils des öffentlichen Unterrichts. Er schrieb: »Traité de mécanique« (Par. 1811, 2 Bde.; 2. Aufl. 1835—1836; deutsch von Stern, Berl. 1835—36) und seine »Théorie mathématique de la chaleur« (das. 1835, Supplement 1837). ✕

67. — POISSON (Siméon-Denis), géomètre (1781-1840). — Billet autographe signé. 1/2 page in-4°. 50 F

SAFFROY. 66

15. — ALEMBERT (Jean Le Rond d'), l'un des fondateurs de l'*Encyclopédie*, secrétaire perpétuel de l'Académie française